

# Ο Αρχιμήδης Μαθηματικός

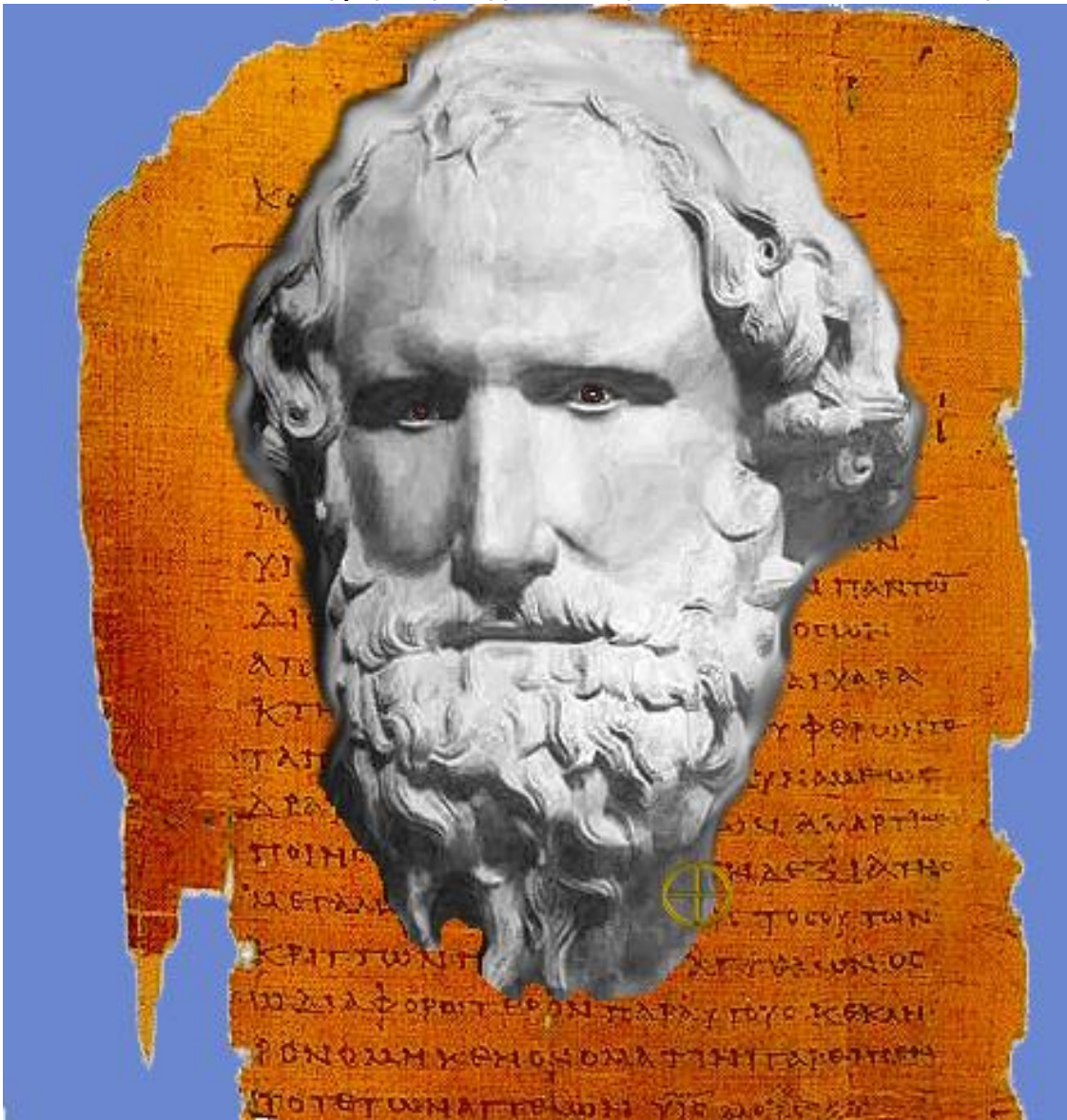
1<sup>ο</sup> Πειραματικό Λύκειο Θεσσαλονίκης

Τάξη: Α'1

Άννη Αντωνιάδου, Αλεξάνδρα Μαυροπούλου,

Μαρία Μητσοπούλου

Υπεύθυνοι καθηγητές: Αχιλλέως Κ., Παπαδόπουλος Σ.



## Περιεχόμενα

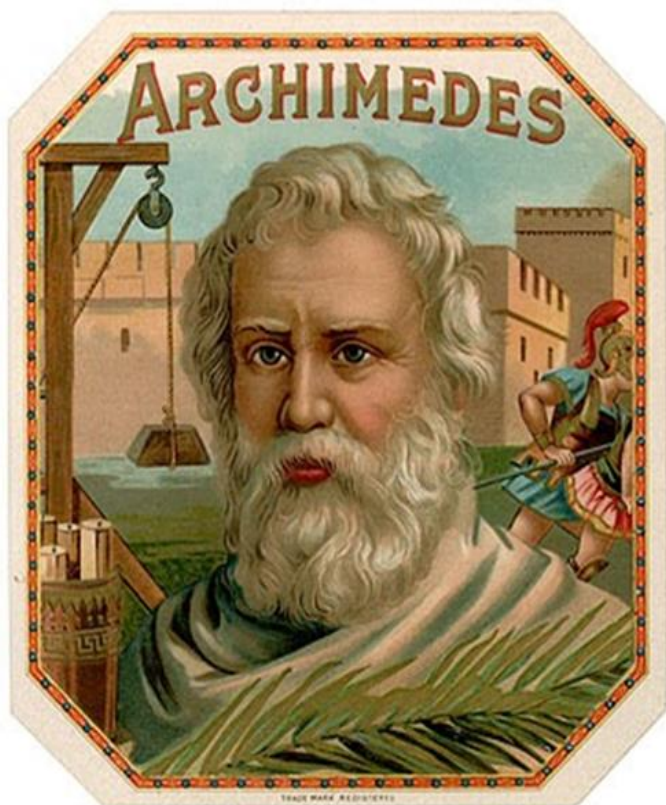
- ✓ Εισαγωγή
- ✓ Βιογραφικά στοιχεία
- ✓ Ο Αρχιμήδης Μαθηματικός
- ✓ Τα μαθηματικά σήμερα
- ✓ Συμπεράσματα
- ✓ Βιβλιογραφία

## Εισαγωγή

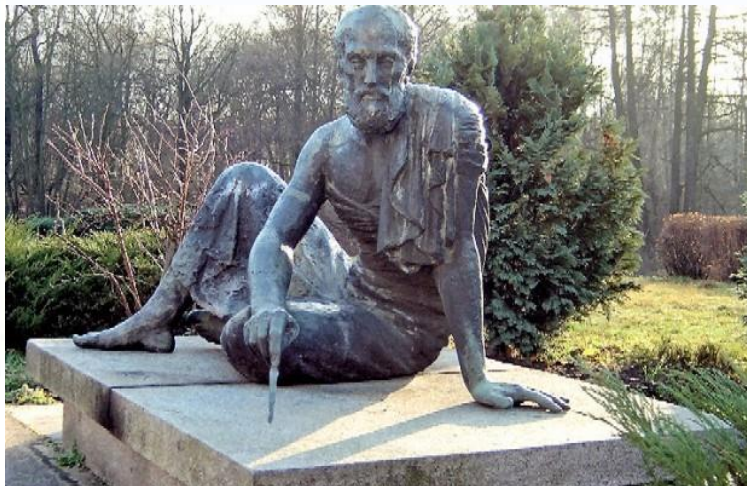
Ο Αρχιμήδης αποτέλεσε ένα από τα σημαντικότερα πρόσωπα της Ελληνικής ιστορίας. Ήταν αρχαίος Έλληνας μαθηματικός, μηχανικός, φυσικός, εφευρέτης και αστρονόμος. Αν και λίγες λεπτομέρειες από τη ζωή του είναι γνωστές, θεωρείται ένας από τους κορυφαίους επιστήμονες στην κλασική αρχαιότητα. Σχετικά με τα μαθηματικά χρησιμοποίησε τη μέθοδο της εξάντλησης, για τον υπολογισμό της περιοχής, κάτω από το τόξο παραβολής, με την άθροιση άπειρης σειράς και έδωσε μια εξαιρετικά ακριβή προσέγγιση για τον αριθμό  $\pi$ .

## Βιογραφικά Στοιχεία

Ο Αρχιμήδης ο Συρακούσιος (287 π.Χ. – 212 π.Χ.) ήταν αρχαίος Έλληνας μαθηματικός, μηχανικός, φυσικός, εφευρέτης και αστρονόμος. Αν και λίγες λεπτομέρειες από τη ζωή του είναι γνωστές, θεωρείται ένας από τους κορυφαίους επιστήμονες στην κλασική αρχαιότητα. Ο Αρχιμήδης γεννήθηκε περίπου το 287 π.Χ. στο λιμάνι των Συρακουσών, στη Σικελία. Πατέρας του ήταν ο αστρονόμος Φειδίας ενώ συγγενής του ήταν και ο βασιλιάς των Συρακουσών, Ιέρων Α΄. Παρ' όλο που καταγόταν από ευγενική γενιά, αρνήθηκε να πάρει οποιοδήποτε αξίωμα. Γι' αυτόν τον λόγο ταξίδεψε στην Αίγυπτο και ήρθε σε επαφή με τους Ερατοσθένη και Δοσίθεο, ενώ ήταν φίλος και συμμαθητής του Κώνωνα του Σάμιου. Είναι άγνωστο, αν είχε ποτέ παντρευτεί ή είχε παιδιά. Ο Αρχιμήδης πέθανε περίπου το 212 π.Χ. κατά τη διάρκεια του Δευτέρου Καρχηδονιακού Πολέμου. Οι τελευταίες λέξεις που του αποδίδονται είναι «μην ενοχλείτε τους κύκλους μου» («μή μου τούς κύκλους τάραπτε»), αναφερόμενος στους κύκλους στο μαθηματικό του σχέδιο όταν τον διέκοψε ο Ρωμαίος στρατιώτης. [1][2]



Αυτό το μπρούτζινο άγαλμα του Αρχιμήδη είναι στο Παρατηρητήριο Archenhold στο Βερολίνο. Είναι γλυπτό του Gerhard Thieme που παρουσιάστηκε το 1972.



## Ο Αρχιμήδης Μαθηματικός

Ενώ συχνά θεωρείται ως σχεδιαστής μηχανικών συσκευών, ο Αρχιμήδης έκανε επίσης συνεισφορές στον τομέα των **Μαθηματικών**.

Ο Αρχιμήδης χρησιμοποίησε το **Πυθαγόρειο θεώρημα** για να υπολογίσει την πλευρά του 12-γωνου από αυτή του εξαγώνου και για κάθε επακόλουθο διπλασιασμό των πλευρών του κανονικού πολυγώνου.

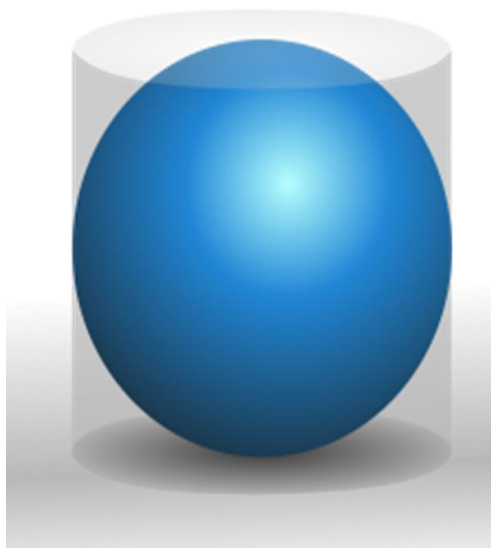
Ο Αρχιμήδης μπορούσε να χρησιμοποιήσει τα απειροελάχιστα με τρόπο παρόμοιο με τον Ολοκληρωτικό Λογισμό. Μέσω της **εις άτοπον απαγωγή απόδειξη** μπορούσε να δώσει απαντήσεις σε προβλήματα έως ένα αυθαίρετο βαθμό ακρίβειας, προσδιορίζοντας τα όρια μέσα στα οποία ίσχυε η απάντηση. Αυτή η μέθοδος είναι γνωστή ως η **Μέθοδος της εξάντλησης** και την εφάρμοσε για να προσεγγίσει την τιμή του αριθμού  **$\pi$** . Στο **Κύκλου Μέτρησης** το έκανε αυτό ζωγραφίζοντας ένα μεγαλύτερο κανονικό εξάγωνο έξω από τον

κύκλο και ένα μικρότερο κανονικό εξάγωνο μέσα στο κύκλο και προοδευτικά διπλασιάζοντας τον αριθμό των πλευρών και στα δύο κανονικά πολύγωνα, υπολογίζοντας το μήκος της πλευράς κάθε πολυγώνου σε κάθε βήμα. Καθώς ο αριθμός των πλευρών αυξάνεται, γίνεται μια πιο ακριβής προσέγγιση του κύκλου. Μετά από 4 τέτοια βήματα, όταν τα πολύγωνα είχαν από 96 πλευρές το καθένα, ήταν σε θέση να προσδιορίσει ότι η τιμή του  $\pi$  βρισκόταν ανάμεσα στο  $\frac{31}{7}$  (περίπου 3.1429) και  $\frac{310}{71}$  (περίπου 3.1408) εντός των ορίων αφού η τιμή προσεγγιστικά είναι **3.1416**. Επίσης απέδειξε ότι το Εμβαδόν ενός κύκλου ισούται με  $\pi r^2$ . Στο **Περί σφαίρας και κυλίνδρου** δηλώνει ότι ένα μέγεθος όταν προστεθεί αρκετές φορές στον εαυτό του θα ξεπεράσει οποιοδήποτε άλλο μέγεθος (**Αρχιμήδεια ιδιότητα των πραγματικών αριθμών**)

Στο **Κύκλου Μέτρησις** ο Αρχιμήδης υποστηρίζει ότι η τετραγωνική ρίζα του 3 βρίσκεται ανάμεσα στο  $\frac{265}{153}$  (1.7320261) και στο  $\frac{1351}{780}$  (1.7320512). Η πραγματική τιμή είναι περίπου 1.7320508, γεγονός που κάνει αυτό τον υπολογισμό πολύ ακριβή. Παρουσίασε αυτό το αποτέλεσμα χωρίς να προσφέρει καμία εξήγηση για το πως έφτασε σε αυτό. Είναι πιθανό να χρησιμοποιούσε επαναληπτικές διαδικασίες για να υπολογίσει αυτές τις τιμές.

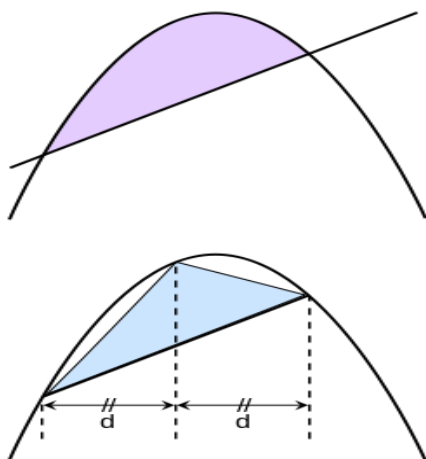
Στο **Τετραγωνισμός της παραβολής** ο Αρχιμήδης απέδειξε ότι το εμβαδόν που περικλείεται από μία παραβολή και μια ευθεία γραμμή είναι  $\frac{4}{3}$  φορές το εμβαδόν του αντίστοιχου εγγεγραμμένου τριγώνου όπως φαίνεται στην εικόνα δεξιά. Εξέφρασε τη λύση στο πρόβλημα ως μία άπειρη Γεωμετρική σειρά με λόγο  $\frac{1}{4}$ .

Στο **Ψαμμίτης**, ξεκινά να υπολογίζει τον αριθμό των κόκκων άμμου που υπάρχουν στο σύμπαν. Στη προσπάθειά του, αντιτάχθηκε στην ιδέα ότι ο αριθμός των κόκκων άμμου ήταν πολύ μεγάλος για να υπολογισθεί. Για να λύσει το πρόβλημα, ο Αρχιμήδης επινόησε ένα σύστημα μέτρησης με μονάδα μέτρησης την μυριάδα (μυριάς=10.000). Πρότεινε ένα σύστημα αρίθμησης χρησιμοποιώντας μυριάδα μυριάδων (100 εκατομμύρια) και συμπέρανε ότι ο αριθμός των κόκκων άμμου που χωράει το σύμπαν είναι 8 εικοσάκις εκατομμύρια ή  $8 \times 10^6$ . [1] [4]



Η επιφάνεια κι ο όγκος μιας σφαίρας είναι τα  $2/3$  των αντίστοιχων του κλειστού κυλίνδρου που την περιβάλλει. Μια σφαίρα και ένας κύλινδρος είχαν τοποθετηθεί στον τάφο του Αρχιμήδη, σύμφωνα με την επιθυμία του.

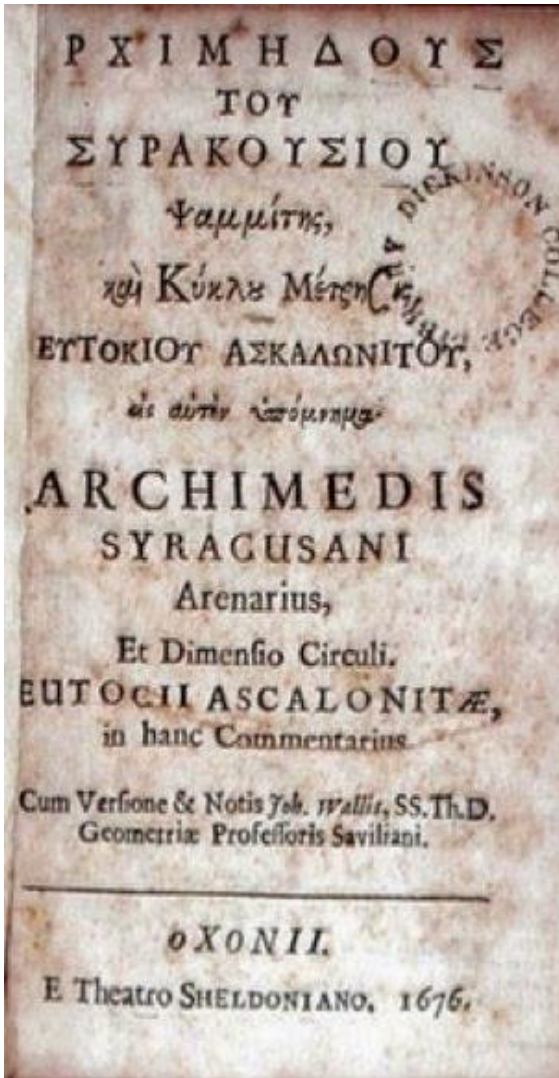
Εικόνα 1



Όπως αποδείχθηκε από τον Αρχιμήδη το εμβαδόν του παραβολικού τμήματος στην πάνω εικόνα είναι ίσο με τα  $4/3$  του εμβαδού του εγγεγραμμένου τριγώνου στην κάτω εικόνα.

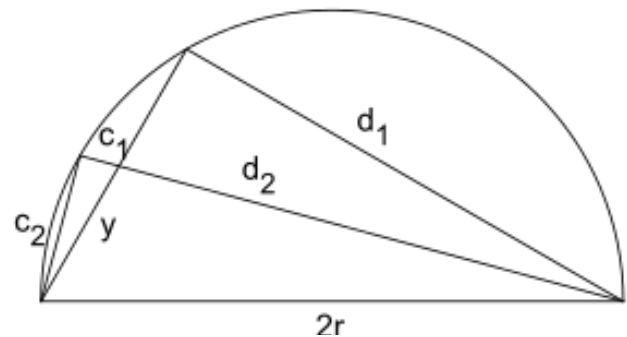
Εικόνα 2

Εικόνα 4: Ψαμμίτης



Ο Αρχιμήδης χρησιμοποίησε το Πυθαγόρειο θεώρημα για να υπολογίσει την πλευρά του 12-γωνου από αυτή του εξαγώνου και για κάθε επακόλουθο διπλασιασμό των πλευρών του κανονικού πολυγώνου.

Εικόνα 3



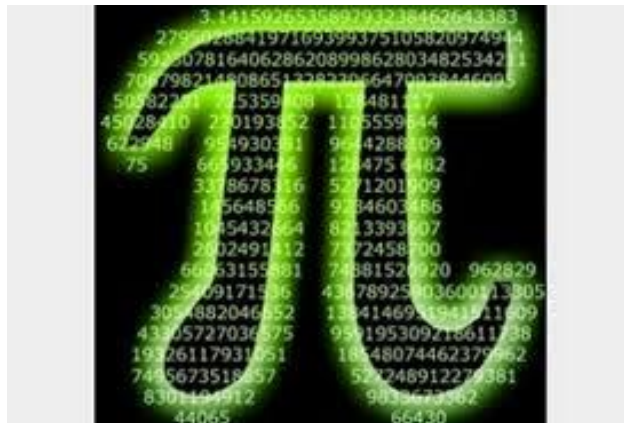
## Διασωθέντα Συγγράμματα

- ✓ Περί επιπέδων ισορροπιών ή κέντρα βαρών επιπέδων ή Μηχανικά, Βιβλία α' και β'
- ✓ Κύκλου μέτρησις.
- ✓ Περί ελίκων
- ✓ Περί σφαίρας και κυλίνδρου
- ✓ Περί κωνοειδών και σφαιροειδών
- ✓ Πρόβλημα Βοεικόν
- ✓ Ψαμμίτης
- ✓ Τετραγωνισμός παραβολής
- ✓ Κατασκευή πλευράς του περιγραφομένου εις κύκλο επταγώνου
- ✓ Περί κύκλων εφαιπτομένων αλλήλων
- ✓ Αρχαί της Γεωμετρίας [1]

## Ο Αρχιμήδης και τα μαθηματικά σήμερα

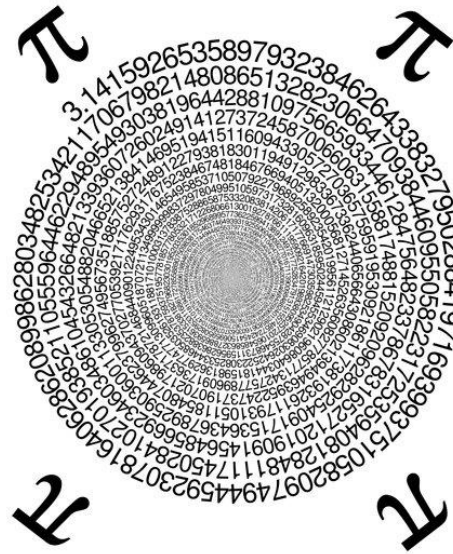
### Ο αριθμός Π

Ο Αρχιμήδης ασχολήθηκε με τον αριθμό π. Ο αριθμός π είναι μια μαθηματική σταθερά που είναι η αναλογία ενός κύκλου της περιφέρειας με τη διάμετρο, και είναι περίπου ίση με 3.14159. Ο π είναι ένας άρρητος αριθμός, πράγμα που σημαίνει ότι δεν μπορεί να εκφραστεί ακριβώς ως μια αναλογία δύο ακεραίων κατά συνέπεια, η δεκαδική απεικόνιση δεν τελειώνει ποτέ. Τα ψηφία εμφανίζονται να έχουν διανεμηθεί τυχαία, αν και η απόδειξη δεν έχει ανακαλυφθεί ακόμη.



Εικόνα 5: Ο αριθμός π

Πριν τον 15ο αιώνα μαθηματικοί όπως ο Αρχιμήδης και Liu Hui χρησιμοποίησαν γεωμετρικές τεχνικές, βασιζόμενες σε πολύγωνα, για να υπολογίσουν την αξία του π. Οι υπολογισμοί που έκανε ο Αρχιμήδης ήταν πολύ ακριβείς με αποτέλεσμα να βοηθήσουν τους επιστήμονες σήμερα. [3]



Εικόνα 6: Ο αριθμός π

## Βιβλιογραφία:

- [1] <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%81%CF%87%CE%B9%CE%BC%CE%AE%CE%B4%CE%B7%CF%82>
- [2] [http://www.mathimatikos.com/mathimatika\\_archimides.php](http://www.mathimatikos.com/mathimatika_archimides.php)
- [3] [http://mathsinhistory.blogspot.gr/2015/03/blog-post\\_97.html](http://mathsinhistory.blogspot.gr/2015/03/blog-post_97.html)
- [4] <http://www.emeimathias.gr/archimedes/>



